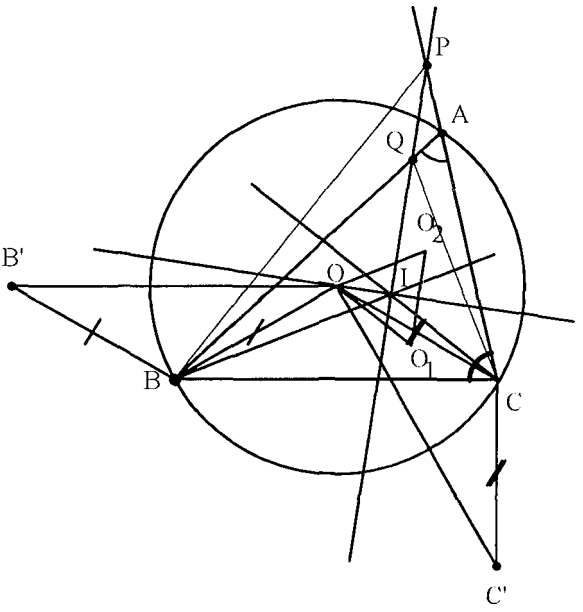

1/a- $*$ CP = BC $\Rightarrow$ C $\in$ med[BP] (médiatrice du segment [BP])

$\Rightarrow$ le triangle BPC est isocèle en C.

D'autre part (CI) porte la bissectrice intérieure du secteur [CB, CA] qui est aussi le secteur [CB, CP] (car P $\in$ [CA])

$\Rightarrow$ (CI) est la médiatrice de [BP].

$*$ de la même façon, on montre que (BI) = med[CQ].

b- $\widehat{\left(\overrightarrow{CP};\overrightarrow{QB}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{CP};\overrightarrow{AC}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{QB}\right)}$ $[2\pi]$

$\equiv \pi + \frac{-\pi}{3} + 0$ $[2\pi] \equiv \frac{2\pi}{3}$ $[2\pi]$.

2/a- Désignons par Ω le centre de f.

$$\left.\begin{array}{l} f(C) = Q \\ f(P) = B \end{array}\right\} \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \Omega C = \Omega Q \\ \Omega P = \Omega B \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} \Omega \in \text{med}[CQ] = (BI) \\ \Omega \in \text{med}[PB] = (CI) \end{array}\right\} \Rightarrow \Omega = I.$$

D'où I est le centre de f.

$$\left.\begin{array}{l} f(C) = Q \\ f(P) = B \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{CP};\overrightarrow{QB}\right)} \equiv \frac{2\pi}{3} \quad [2\pi] \text{ est l'angle de f.}$$

b- $\widehat{\left(\overrightarrow{IB};\overrightarrow{IC}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BI}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{CI};\overrightarrow{CB}\right)} \equiv \pi \quad [2\pi]$

$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{IB};\overrightarrow{IC}\right)} \equiv \pi - \widehat{\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BI}\right)} - \widehat{\left(\overrightarrow{CI};\overrightarrow{CB}\right)} \quad [2\pi]$